

Ähnlichkeit von geometrischen Figuren

8. September 2016

- + Wie lässt sich Ähnlichkeit definieren?
- + Besprechen der ersten Teilaufgaben von Aufgabe 1
- + Weitere Aufgaben zu Ähnlichkeit.

Aufgabe 1

$$1 \sim 6 \sim 11$$

Winkel nicht gleich
Seitenverhältnisse nicht gleich

b) ~~$1 \sim 6 \sim 2 \sim 7 \sim 11 \sim (15) \sim 4 \sim (14)$~~

- c) - Gleiche Schriftart aber
- Spiegelverkehrt
 - andere Grössen
 - Rotiert

$$15: 5 / 7$$

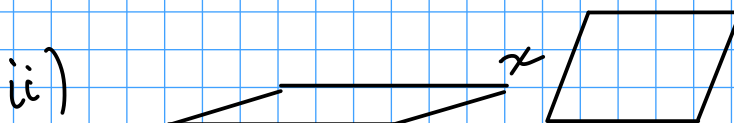
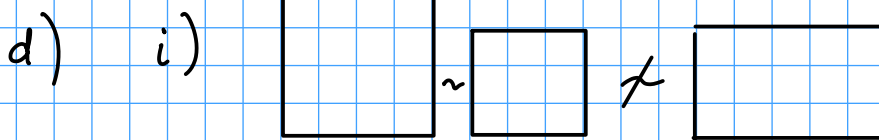
$$14: 8 / 5$$

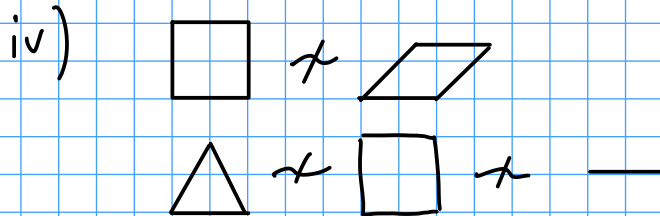
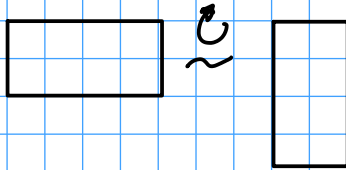
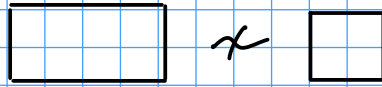
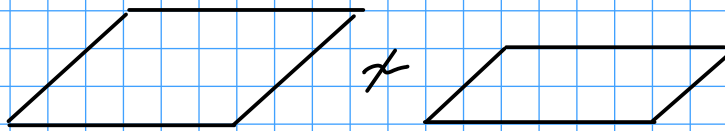
$$8 \sim 12 \sim 13 \quad | \quad 3 \sim 5 \sim 9 \sim 10$$

- a) Zwei beliebige aus verschiedenen Gruppen
in b)
 $5 \neq 6$

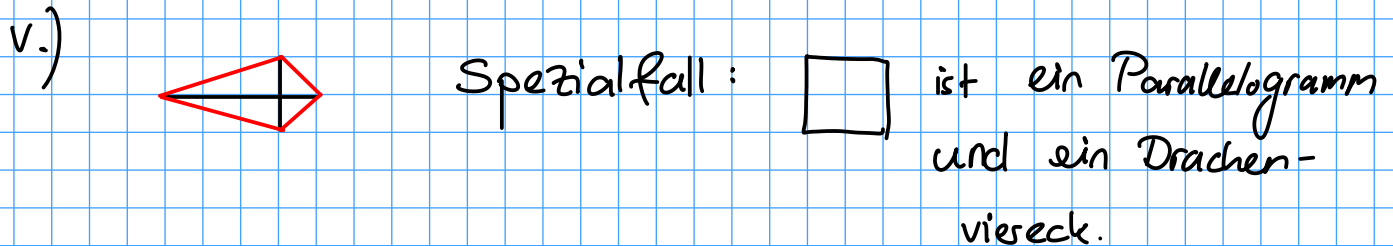
Worin können sich zwei ähnliche Figuren unterscheiden?

- Grösse
- Ausrichtung
- Spiegelbilder voneinander

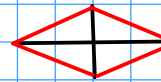




"Alle 2-Ecke / Strecken sind ähnlich."



Eine Raute reicht aus:



Definition von Ähnlichkeit:

Falls es für zwei Figuren eine Kette von Ähnlichkeitsabbildungen gibt, welche die beiden ineinander überführen, sind sie ähnlich.

Als Ähnlichkeitsabbildungen gelten:

- Rotation
 - Spiegelung (Punkt- / Achsen-)
 - Verschiebung / Translation
 - Zentrische Streckung
- } Kongruenzabbildungen

Prüfen ob zwei Figuren ähnlich sind:

Dreieck: $a=2$ $b=7$ $c=5$ } strecken mit $k=2$.

Dreieck: $a'=14$ $b'=10$ $c'=4$ ← Rotieren.

Sind die beiden ähnlich?

9. September 2016

- + Sind nun die Gruppen von "K"s richtig?
- + Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

Aufgabe 1 e)

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

Kongruenzsätze

Ähnlichkeitssätze

Seite - Winkel - Seite (SWS)	→	Seitenverhältnis - Winkel - Seitenverhältnis
Alle Seiten (SSS)	→	Alle Seitenverhältnisse gleich
Winkel - Seite - Winkel (WSW)	→	Zwei Winkel gleich (WW)
Seite - Seite - Winkel (SsW) (Winkel gegenüber der längeren Seite)	→	Seitenverhältnis - Seitenverhältnis - Winkel (Winkel gegenüber der längeren Seite)

HA: Bis Aufgabe 3

14. September 2016

+ Lernziele

puremath.ch

Block 1: zentrische Streckung: Alle Lernziele

Block 2: Ähnlichkeit: 1-3 (4)

Aufgabe 2 (S. 44)

a) ähnlich

c) ähnlich

e) nein

b) ähnlich

d) nein

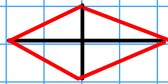
f) ~~ähnlich~~ **nein**

g) nein

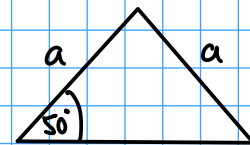
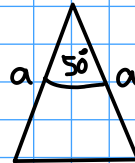
h) ähnlich

i) ähnlich

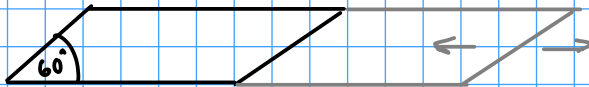
d)



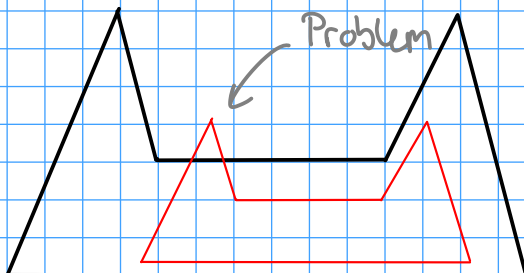
f)



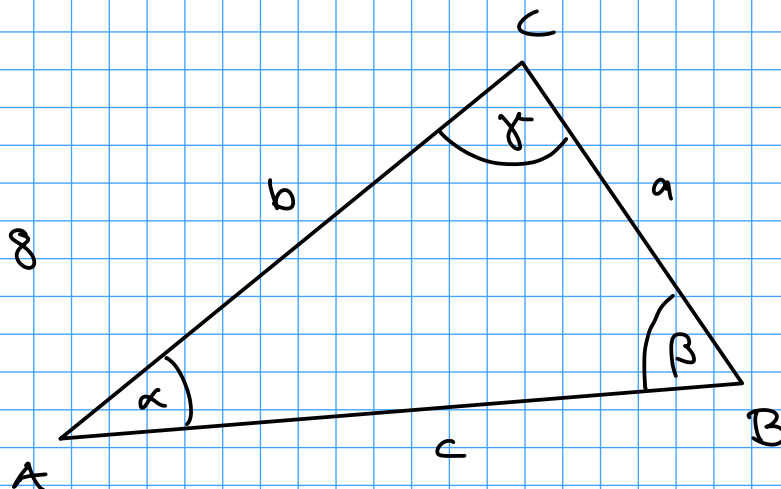
g)



Aufgabe 3



~~WW~~ / SSS / ~~WSW~~ / SWS / SSW
(Winkelsumme 180°)



→ Aufgaben: 4, 5, 6, 7, 8

Aufgabe 4

a) SWS $\alpha = \alpha' = 43^\circ$ W ✓

$$\frac{b'}{b} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad \frac{c'}{c} = \frac{7.5}{5} = \frac{3}{2} = 1.5$$

⇒ Seitenverhältnisse sind gleich ✓

⇒ Dreiecke sind ähnlich.

Bis und mit d)

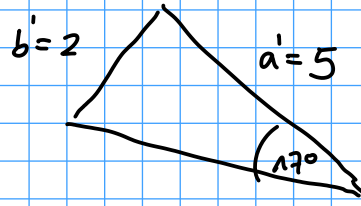
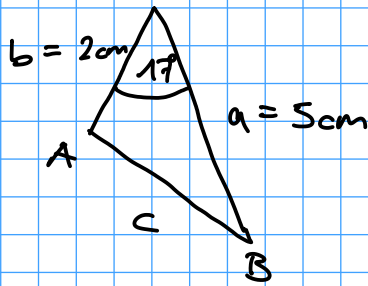
15. September 2016

- + Fragen bis zu Aufgabe 4 d)
- + Weitere Aufgaben: 5, 6, 7, 8.

Aufgabe 4

a) Ja b) Ja (Rotiert!) $\frac{a}{b'} = \frac{b}{c'} = \frac{c}{a'}$ d) Ja (Winkelsumme)

c) $a = 5\text{cm}$ $b = 2\text{cm}$ $\mu = 17^\circ$



$$\frac{c}{b'} = \frac{b}{a'} = \frac{2}{5} \Rightarrow c = \frac{2}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5}$$

Aufgabe 5

$$a = 4\text{cm} \xrightarrow{\cdot \frac{9}{8}} a' = \frac{9}{8} \cdot 4\text{cm} = \underline{\underline{\frac{9}{2}\text{cm}}}$$

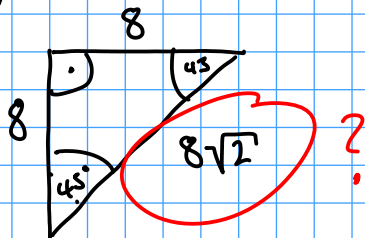
$$b = \frac{8}{3} \cdot 6\text{cm} = \underline{\underline{\frac{16}{3}\text{cm}}} \xrightarrow{\cdot \frac{3}{2}} b' = 6\text{cm}$$

$$c = 8\text{cm} \xrightarrow{\cdot \frac{9}{8}} c' = 9\text{cm}$$

$$k = \frac{c'}{c} = \frac{9}{8} \text{ (Streckfaktor)}$$

Aufgabe

g) Ja



16. September 2016

1. Lektion:
 - + Kurzer Theorie-Überblick
 - + Aufgabe 4 fertig besprechen
2. Lektion:
 - + Fragen zur Prüfung (?)

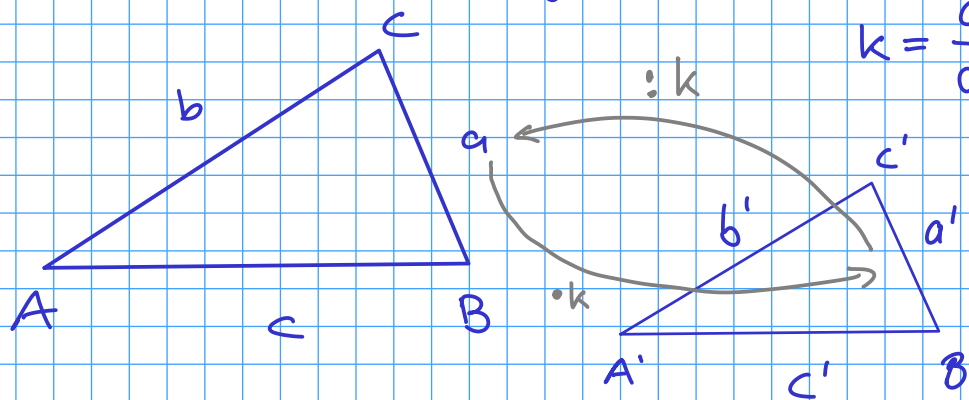
Theorie

Ähnlichkeit:

Rotation / Spiegelung \longrightarrow Seiten werden vertauscht

$$a \longrightarrow b'; \quad b \longrightarrow a'$$
$$c \longrightarrow c'$$

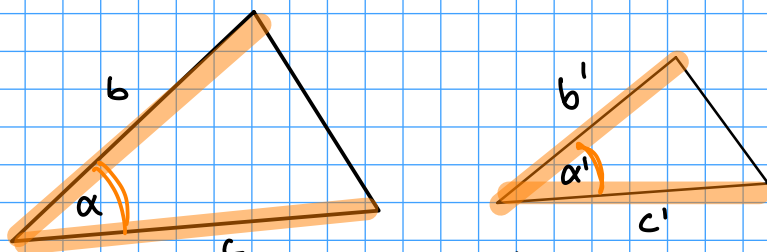
zentrische Streckung \longrightarrow Seitenverhältnisse gleich



Anmerkung: Division durch einen Bruch ist gleich der Multiplikation mit dem Kehrbuch.

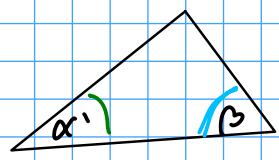
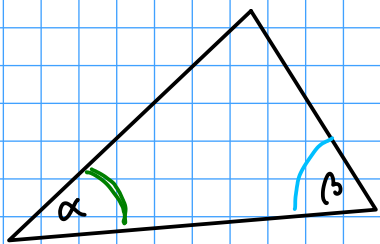
$$a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b}$$

Ähnlichkeitssätze



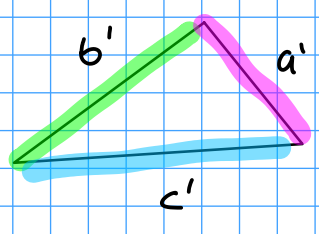
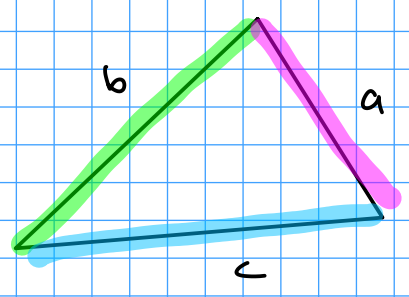
SWS

$$\alpha = \alpha' \text{ und } \frac{c'}{c} = \frac{b'}{b} \Rightarrow \text{Dreiecke sind ähnlich}$$



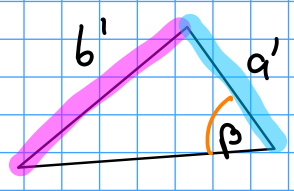
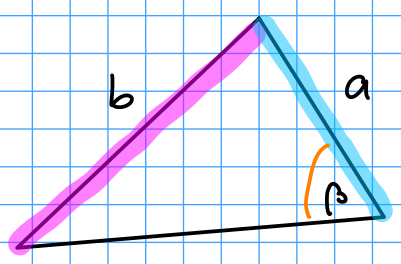
WW

$\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta' \Rightarrow$ Dreiecke ähnlich



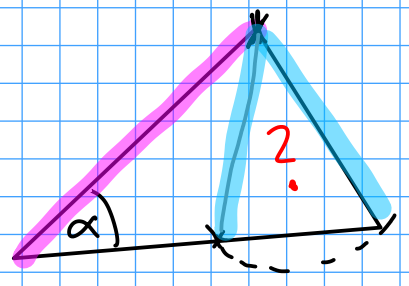
SSS

$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} \Rightarrow$ Ähnlichkeit



SSW

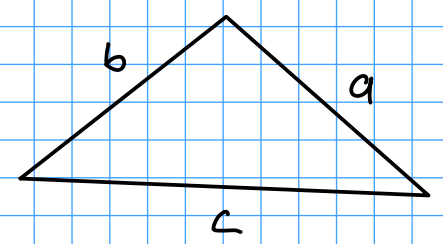
$\beta = \beta'$ und $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} \Rightarrow$ Ähnlichkeit



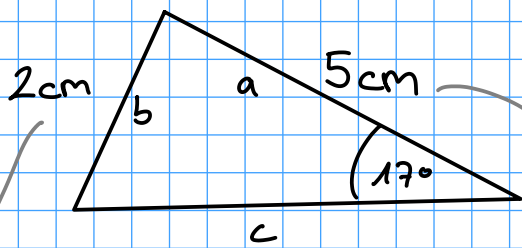
\Rightarrow Nicht unbedingt ähnlich.

Aufgabe 4

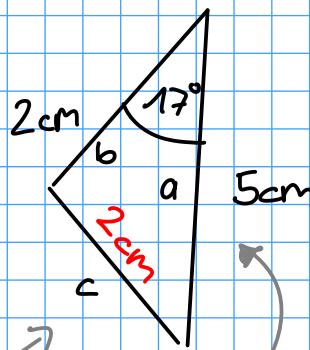
c) Dreiecksungleichung:



Es gilt $c < a + b$



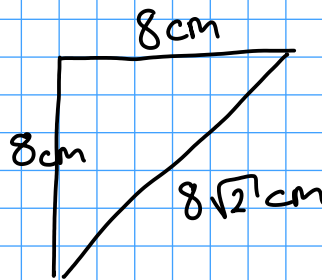
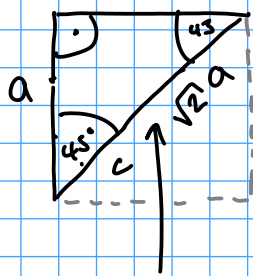
Streckfaktor $k=1$



$$2\text{cm} + 2\text{cm} < 5\text{cm} \\ \Rightarrow \text{Unmöglich.}$$

\Rightarrow Können nicht ähnlich sein

g) Ja



Seitenverhältnisse

$$\frac{8}{a} = \frac{8}{a} = \frac{\sqrt{2} \cdot 8}{\sqrt{2} \cdot a}$$

SSS

Diagonale eines Quadrates mit Seite a : $\sqrt{2} \cdot a$

Pythagoras: $\sqrt{8^2 + 8^2} = c$

$$\sqrt{2 \cdot 8^2} = \sqrt{2} \sqrt{8^2} = \sqrt{2} \cdot 8 \text{ cm}$$

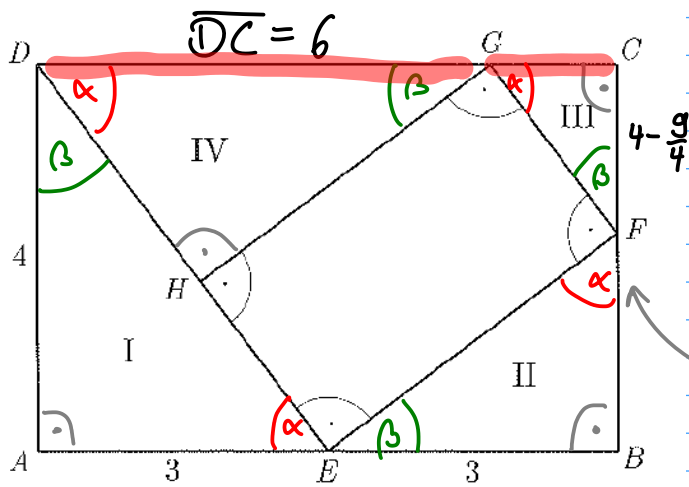
A. 6 S. 44

A. 7 S. 45

A. 8 "

6.

~~X~~ $u = 22 \text{ cm}$. Der Streckungsfaktor ist $\frac{3}{2}$. D.h. $a' = 12 \text{ cm}$, $b' = 9 \text{ cm}$, $c' = 4.5 \text{ cm}$, $d' = 7.5 \text{ cm}$.



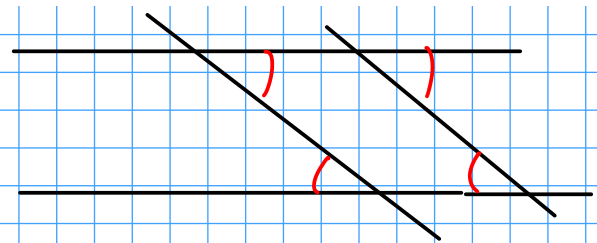
$$\overline{DE} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$I \sim II \sim IV$$

$$\boxed{\begin{matrix} 7 \text{ b) c) } \\ 8 \end{matrix}}$$

$$\beta + 90^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{EB}{BF} \Leftrightarrow \frac{AD}{EB} = \frac{AE}{BF}$$



22. September 2016

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{EB} \quad | \cdot EB$$

Idee: Unbekannte Strecke
wollen wir im Zähler des
Bruchs.

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \cdot \overline{EB} = \overline{BF}$$

$$\overline{BF} = \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4} \neq \frac{3}{2}$$

$$2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

$$\text{aber } \frac{AE}{AD} \cdot EB = \frac{AE}{AD} \cdot EB$$

$$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\overline{CG}: \quad k = \frac{4 - \frac{9}{4}}{4}$$

$$\begin{aligned} CG &= CF \cdot k = \left(4 - \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{\left(4 - \frac{9}{4}\right)}{4} = \left(\frac{16}{4} - \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} \\ &= \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{49}{64} \end{aligned}$$