

Block 2: Ähnlichkeitslehre und Strahlensätze

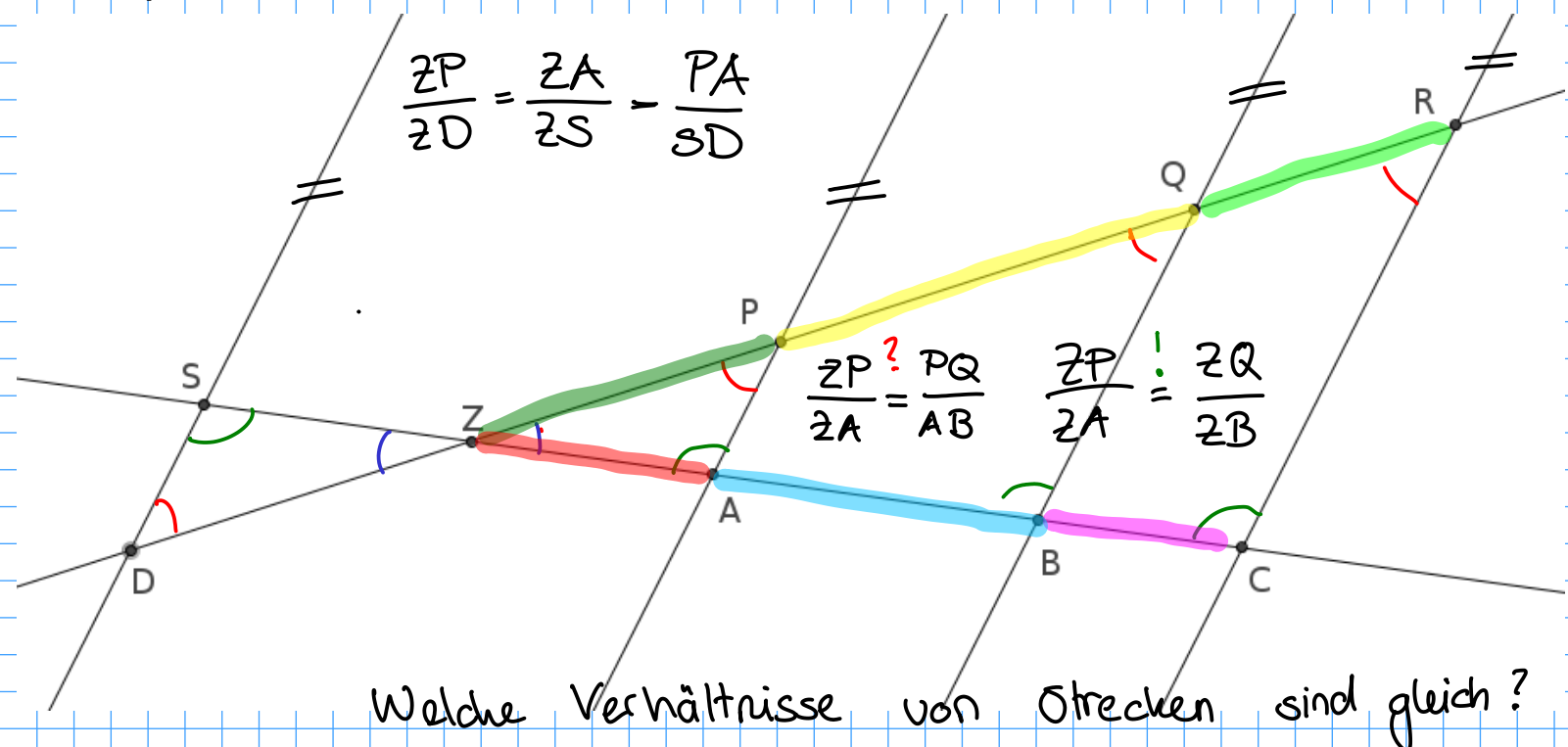
Lernziele

1. Du kennst die Definition der Ähnlichkeit geometrischer Figuren
2. Du bestimmst für gegebene Figuren, ob sie ähnlich sind (\rightarrow Ähnlichkeitssätze für Dreiecke).
3. Du benutzt die Ähnlichkeit von Figuren, um unbekannte Seiten und Winkel zu berechnen.
4. Du findest in einer Figur ähnliche Dreiecke, welche du zur Berechnung von gesuchten Strecken und Winkel benutzt.
5. Du kennst die Strahlensätze und kannst sie mit Hilfe von Ähnlichkeit begründen.
6. Du benutzt die Strahlensätze, um unbekannte Strecken in den typischen V und X -Strahlensatzfiguren zu berechnen.
7. Du benutzt Strahlensätze, um in Anwendungen unbekannte Größen wie z.B. die Höhe eines Gebäudes zu berechnen.

Die Strahlensätze

23. September 2016

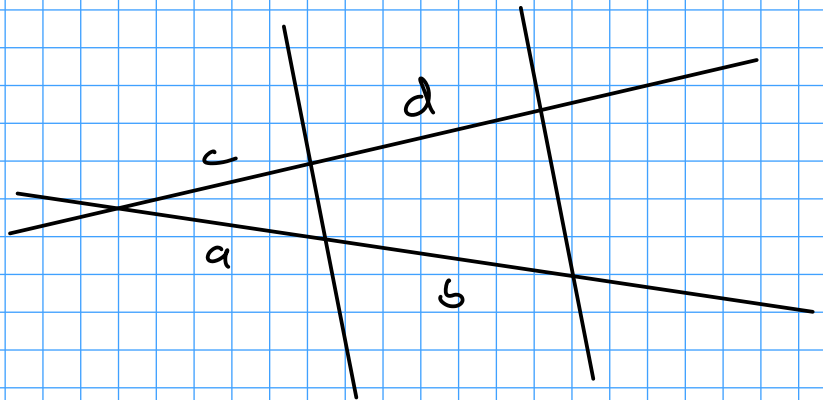
Situation: Zwei sich schneidende Geraden werden von weiteren Geraden geschnitten, welche alle zueinander parallel sind.



$$\frac{PQ}{QR} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{zR}{zQ} = \frac{zC}{zB} \Rightarrow \frac{zP+PR}{zP+PQ} = \frac{zA+AC}{zA+AB}$$

$$\frac{zQ}{zR} = \frac{zB}{zC} \Rightarrow$$



Behauptung:

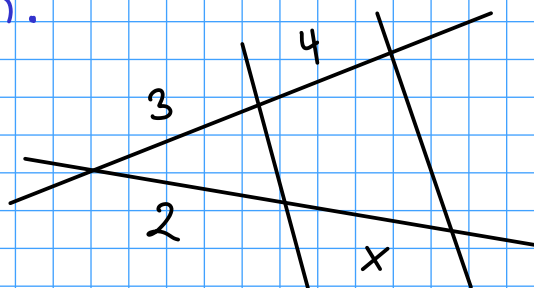
$$\frac{d}{c} \stackrel{?}{=} \frac{b}{a}$$

$$\frac{c+d}{c} \stackrel{!}{=} \frac{a+b}{a} \Rightarrow \frac{c}{c} + \frac{d}{c} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a} \quad | -1$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a} \quad \checkmark$$

1. Strahlensatz: Werden zwei Geraden von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf der einen Gerade wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen.

Beispiel:



$$\frac{x}{4} = \frac{2}{3} \quad \text{oder} \quad \frac{x}{2} = \frac{4}{3}$$

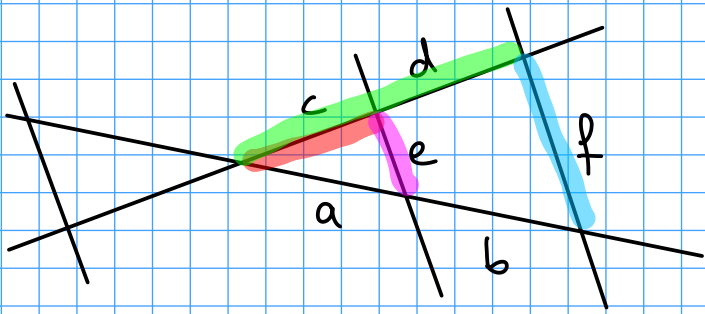
$$| \cdot 4$$

$$x = \frac{2 \cdot 4}{3} = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$$

Gilt auch $\frac{x+2}{2} = \frac{7}{3}$? Ja.

S.47 Aufgaben 5,6 Aufgabe 3,7

$$\frac{SC}{SB} = \frac{SF}{SE} = \frac{6+3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow SC:SB = 3:2$$



Welche Verhältnissgleichheiten gelten:

$$\frac{c}{e} = \frac{c+d}{f}$$

$$\frac{a}{e} = \frac{a+b}{f}$$

Aufgaben:
5-10

2. Strahlensatz: Werden zwei schneidende Geraden von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen (e, f) wie entsprechende Strecke vom Schnittpunkt der Geraden zum Schnittpunkt der Parallele mit der Geraden.

HA: 5-8

→ 9, 10, 11

↑
Skizze!

12-14

5. a) $x : 1.5 = 6 : 4.5 \Rightarrow x = 1.5 \cdot \frac{6}{4.5} \Rightarrow x = 2$
 b) $x : 4.5 = 2.4 : 3.6 \Rightarrow x = 4.5 \cdot \frac{2.4}{3.6} \Rightarrow x = 3$
 c) $x : 6 = 1.3 : 6.5 \Rightarrow x = 6 \cdot \frac{1.3}{6.5} \Rightarrow x = 1.2$
 d) z.B. $x : 1.5 = 6 : 4.5$, $1.5 : x = 4.5 : 6$, $x : 6 = 1.5 : 4.5$, $4.5 : 1.5 = 6 : x$

6. $\overline{SE} : \overline{SF} = 6 : 9 = 2 : 3$, $\overline{SD} : \overline{SE} = 8 : 6 = 4 : 3$, $\overline{EF} : \overline{SD} = 3 : 8$,
 $\overline{SC} : \overline{SB} = 9 : 6 = 3 : 2$, $\overline{SB} : \overline{SA} = 6 : 8 = 3 : 4$, $\overline{SA} : \overline{SC} = 8 : 9$.

7. a) $x : 4 = 5.6 : 6.4 \Rightarrow x = 4 \cdot \frac{5.6}{6.4} \Rightarrow x = 3.5$
 b) $x : 10 = 3 : 4 \Rightarrow x = 10 \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow x = 7.5$
 c) $(x + 1.8) : 3.6 = 1.8 : 2.7 \Rightarrow x = 3.6 \cdot \frac{1.8}{2.7} - 1.8 \Rightarrow x = 0.6$
 d) z.B. $x : 4 = 5.6 : 6.4$, $x : 5.6 = 4 : 6.4$, $6.4 : 5.6 = 4 : x$, $6.4 : 4 = 5.6 : x$.

8. $\frac{a}{b} \stackrel{1. SS}{=} \frac{c}{d}$, $\frac{e}{f} \stackrel{2. SS}{=} \frac{a}{a+b}$ und $\frac{e}{f} \stackrel{2. SS}{=} \frac{c}{c+d}$, $\frac{a+b}{f} \stackrel{2. SS}{=} \frac{a}{e}$,
 $\frac{c}{c+d} \stackrel{1. SS}{=} \frac{a}{a+b}$ und $\frac{c}{c+d} \stackrel{2. SS}{=} \frac{e}{f}$, $\frac{e}{c} \stackrel{2. SS}{=} \frac{f}{c+d}$, $\frac{a+b}{c+d} \stackrel{1. SS}{=} \frac{a}{c} \stackrel{1. SS}{=} \frac{b}{d}$.

Aufgabe 7

$$\frac{4}{x} = \frac{6.4}{5.6} \quad | : 4 \quad \left(\cdot \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{6.4}{5.6 \cdot 4}$$

$$4 = \frac{6.4}{5.6} x \quad | \cdot 5.6 : 6.4$$

$$\frac{4 \cdot 5.6}{6.4} = x = 3.5$$

c) $\frac{(1.8 + x)}{3.6} = \frac{1.8}{2.7} \quad | \cdot 3.6$

$$\frac{1.8}{2.7} = \frac{x + 1.8}{3.6}$$

$$1.8 + x = \frac{1.8 \cdot 3.6}{2.7} \quad | - 1.8$$

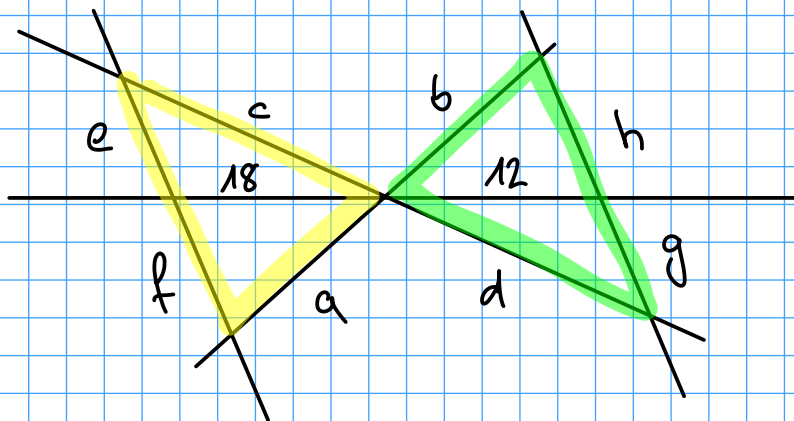
$$x = \frac{1.8 \cdot 3.6}{2.7} - 1.8 = \underline{\underline{0.6}}$$

- + Fragen zur Prüfung
- + Bis zu den Ferien: Abschluss Strahlensätze

Aufgabe 9

$$\frac{a}{b} = \frac{18}{12} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{f}{g} = \frac{e}{h} = \frac{18}{12} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}; \quad \frac{g}{g} = 1$$

$$\frac{c+d}{d} = \frac{18+12}{12} = \frac{30}{12} = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}; \quad \frac{e}{f} = \frac{18}{12} \text{ nicht möglich.}$$



$$\frac{h}{e} = \frac{12}{18} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{18}{12} \text{ nicht berechenbar.}$$

$$\frac{e+f}{g+h} = \frac{18}{12} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{e+f}{g+h} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \stackrel{\text{oben}}{=} \frac{18}{12}$$

→ 10 - 14

10. a) $c = 3.2 \text{ cm}, f = 8.4 \text{ cm}$
 b) $b = 2.5 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}, d = 2 \text{ cm}$
 c) $a = 9 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}, c = 3 \text{ cm}, d = 2 \text{ cm}$ oder $a = 3 \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}, c = 9 \text{ cm}, d = 6 \text{ cm}$ oder
 $a = 6 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 6 \text{ cm}, d = 4 \text{ cm}$

Insgesamt gibt es unendlich viele Lösungen: Es muss jeweils gelten $a : b = 3 : 2$, $c : d = 3 : 2$ und $a + b + c + d = 20 \text{ cm}$. Man hat also drei Gleichungen und vier Unbekannte.

Aufgabe 10

$$\left| \begin{array}{l} a + b + c + d = 20 \text{ cm} \\ 2a = 3b \\ 2c = 3d \end{array} \right|$$

$$e = 9 \text{ cm}$$

$$f = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a = 3b \quad \swarrow \cdot b \cdot 2$$

$$\frac{c}{d} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2c = 3d$$

Wie viele Lösungen hat dieses Gleichungssystem?

Mehr Variablen als Gleichungen

\Rightarrow kann unendlich viele Lösungen haben.

2 Gleichungen \Leftrightarrow 2 Variablen
3 Gleichungen \Leftrightarrow 3 Variablen.

$$\left| \begin{array}{l} a + b + c + d = 20 \text{ cm} \\ 2a = 3b \\ 2c = 3d \end{array} \right|$$

$$\frac{3}{2}b + b + \frac{3}{2}d + d = 20 \text{ cm} \quad | \cdot 2$$

$$3b + 2b + 3d + 2d = 40 \text{ cm}$$

$$5b + 5d = 40 \text{ cm} \quad | : 5$$

$$b + d = 8 \text{ cm} \quad | \text{ Annahme: } b = 4 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} b = 4 \text{ cm} \\ d = 4 \text{ cm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = \frac{3}{2}b = \frac{3}{2} \cdot 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm} \\ c = \frac{3}{2}d = \frac{3}{2} \cdot 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} b = 4 \text{ cm} \\ d = 4 \text{ cm} \end{array}} \right\} \text{1. Lösung}$$

2. Lösung: z.B. $b = 2 \text{ cm} \Rightarrow d = 6 \text{ cm}$

...

Aufgabe 12

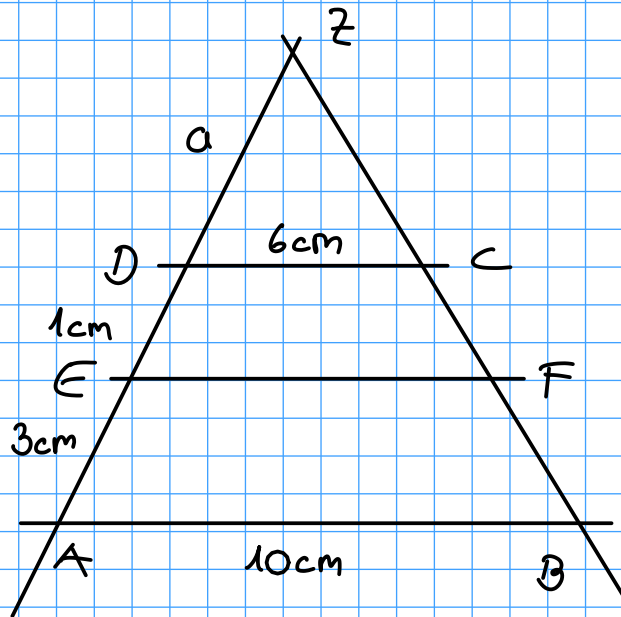
Lösungsidee: Zuerst
Strecke $a = \overline{DZ}$ berechnen.

$$\frac{a}{6\text{cm}} = \frac{a+4\text{cm}}{10\text{cm}} \quad | \cdot 6 \cdot 10$$

$$10a = 6a + 24 \quad | - 6a$$

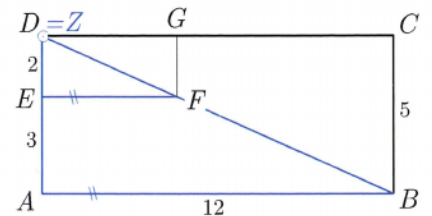
$$4a = 24 \quad | : 4$$

$$a = 6\text{cm}$$



S. 48: 11-14, 15, 18

13. Die blau hervorgehobenen Strecken bilden eine Strahlensatzfigur. Folglich gilt $\overline{EF} : 12 = 2 : 5$ und daher $\overline{EF} = 4.8\text{cm}$ und $\overline{CG} = 7.2\text{cm}$. $\overline{BD} = 13\text{cm}$ (Pythagoras), $\overline{BF} : 13 = 3 : 5$ (erster Strahlensatz) und daher $\overline{BF} = 7.8\text{cm}$.



Aufgabe 14

c) Pythagoras

a) $H = 12\text{cm}$

$R = 4\text{cm}$

$h = 4.5\text{cm}$

$r = ?$

$\frac{H}{R} = \frac{H-h}{r}$! 2. Strahlensatz

$$\frac{12\text{cm}}{4\text{cm}} = \frac{7.5\text{cm}}{r} \quad | \cdot r \cdot 4\text{cm}$$

$$12\text{cm} \cdot r = 7.5\text{cm} \cdot 4\text{cm} \Rightarrow r = \frac{7.5\text{cm} \cdot 4\text{cm}}{12\text{cm}} = \underline{\underline{\frac{5}{2}\text{cm}}}$$

