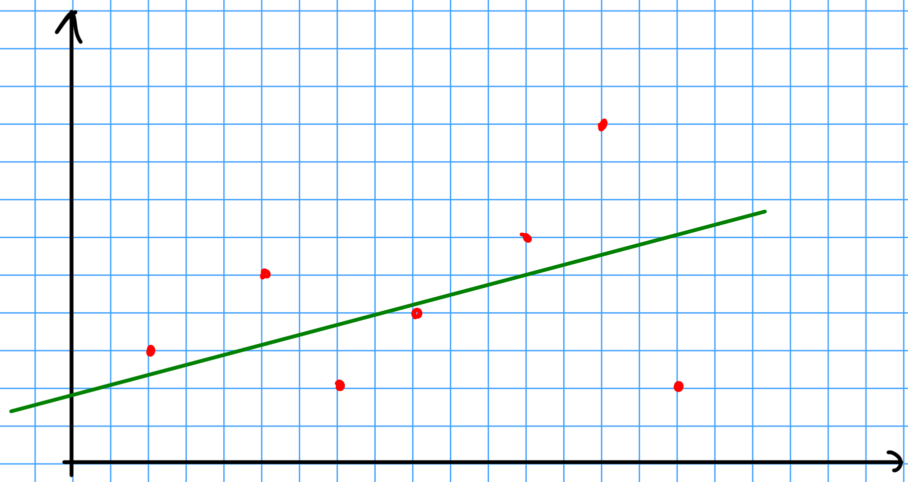
Ü1: Repetition



TR:

$f(x) := 3^x$ $\quad$ $g(x) := 2x + 1$ $\quad$ Funktion abspeichern.

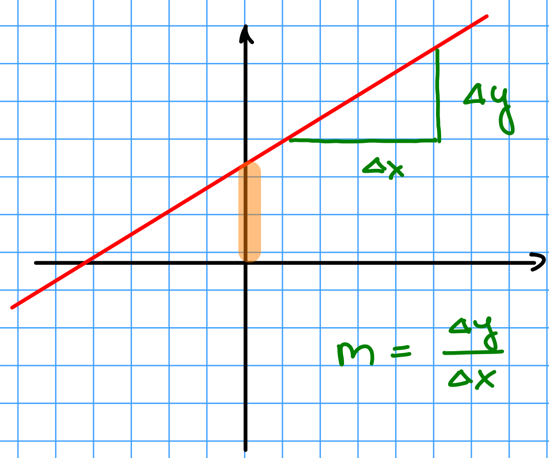
$f(2) \to 9$ $\quad$ Funktionswerte berechnen.

$f(\frac{2}{3}) \to 2. \ldots$

$f1(x) = f(x)$ im Graphenmodus $\quad$ Graph darstellen

Aufgabe 1

Normalform: $\boxed{f(x) = mx + q}$



m: Steigung

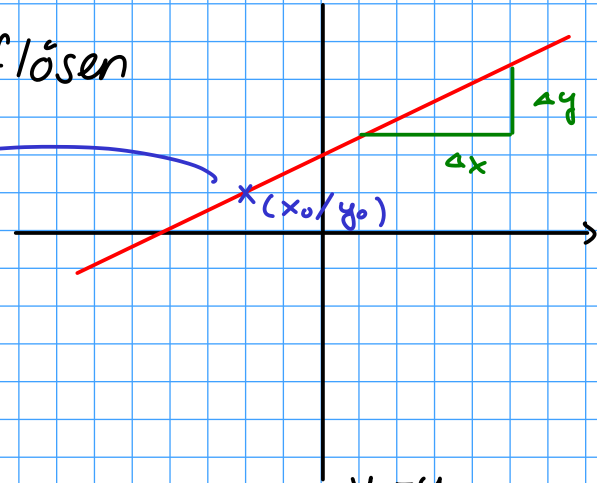
q: y-Achsenabschnitt

Punkt-Steigungs-Form:

Geg: $P(x_0 / y_0)$ und m

Idee: Normalform auf q auflösen

$$y_0 = m x_0 + q$$ ← Einsetzen



$$q = y_0 - m x_0$$

$$y = m x + y_0 - m x_0$$

$m = \dfrac{y - y_0}{x - x_0}$ Problem: P einsetzen $\rightarrow$ $m = \dfrac{y_0 - y_0}{x_0 - x_0} = \dfrac{0}{0}$ ↯

$$\boxed{f(x) = m(x - x_0) + y_0}$$ ← Punkt-Steigungs-Form

(Erinnerung: $f(x) = a(x-u)^2 + v$ ← Scheitelpunktform)

Aufgabe 2

c) $4.5\overline{3}$

a) $f(x) = -\frac{2}{5}x + 7$ $\qquad g(x) = \frac{5}{3}x - 2$

b) $f(x) = 2x + 1$

Aufgabe 2 (mit Taschenrechner)

b)

$f(x) := m \cdot x + q$	*Done*
$f(2)$	$2 \cdot m + q$
$\text{solve}\left(\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=3 \end{cases}, \{m, q\}\right)$	$m=2$ and $q=1$
$f(x) \mid m=2$ and $q=1$	$2 \cdot x + 1$
$f(x) := 2 \cdot x + 1$	*Done*

c)

$$\text{solve}\left(\begin{cases} f(30)=6 \\ f(15)=4 \end{cases}, \{m,q\}\right) \qquad m=\frac{2}{15} \text{ and } q=2$$

$$f(x)|m=\frac{2}{15} \text{ and } q=2 \qquad \frac{2\cdot x}{15}+2$$

$$f(x):=\frac{2\cdot x}{15}+2 \qquad \textit{Done}$$

$$f(19) \qquad \frac{68}{15}$$

$$\frac{68}{15} \qquad 4.53333$$

---

29. August 2016

\+ Hausaufgaben: 4 a) b) mit dem Taschenrechner

Aufgabe 4

a) $\cancel{f(x) = x^2 - 2x - 1}$

$f(x) = 5(x-1)^2 - 2$

$= 5(x^2 - 2x + 1) - 2 = 5x^2 - 10x + 5 - 2$

$f(x) = 5x^2 - 10x + 3$

b) $\cancel{f(x) = x^2 - 4x + 1}$

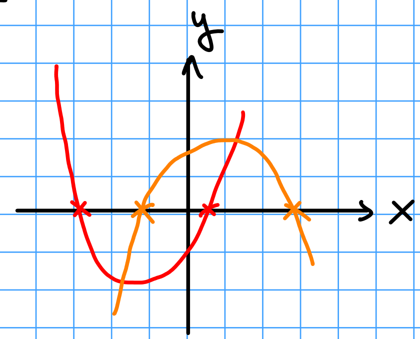
$f(x) = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 4 - 3$

$f(x) = x^2 - 4x + 1$

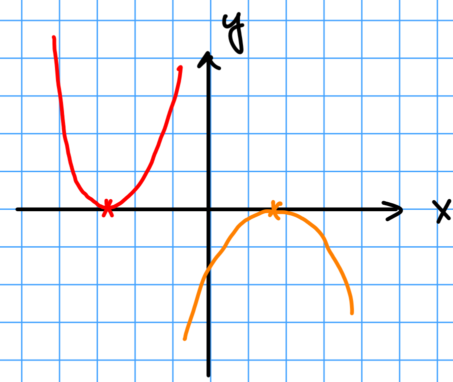
Aufgabe 3

$f(x) = ax^2 + bx + c$

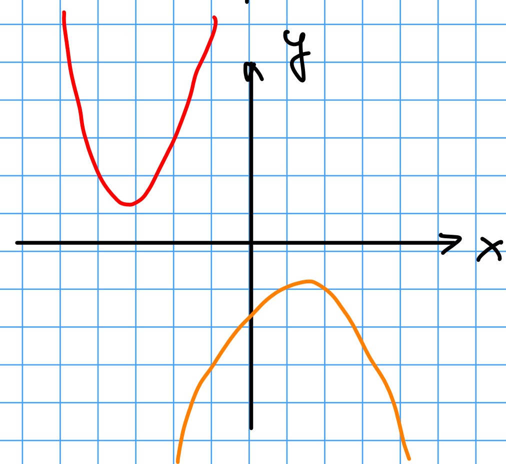
a) Nullstellen: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\overbrace{b^2 - 4ac}^{D\ (\text{Diskriminante})}}}{2a}$



$D > 0 \Rightarrow$ Zwei Nullstellen



$D = 0 \Rightarrow$ Eine Nullstellen



$D < 0 \Rightarrow$ Keine Nullstelle

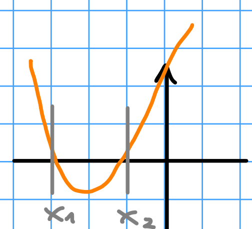
b) $f(x) = a(x-u)^2 + v$

$S(u/v)$: Scheitelpunkt

c)

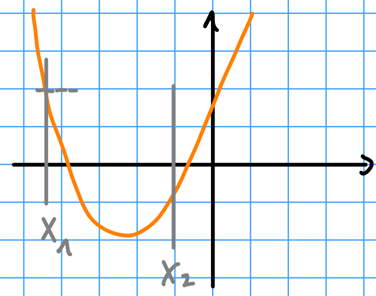
Maximum : $a < 0$		Gilt für $x \in \mathbb{R}$
Minimum : $a > 0$		

z.B: Maximum bei x_2



für $x \in]x_1, x_2] \subset \mathbb{R}$

Weil x_1 nicht im Intervall ist gibt es kein Maximum, aber ein Supremum.



$\lim\limits_{x \to x_1^-} (f(x)) \Rightarrow$ Supremum

Maximum — Supremum

Minimum — Infimum

Aufgabe 4

c) $\text{completeSquare}(3 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 3, x)$

$3 \cdot (x-1)^2 - 6$

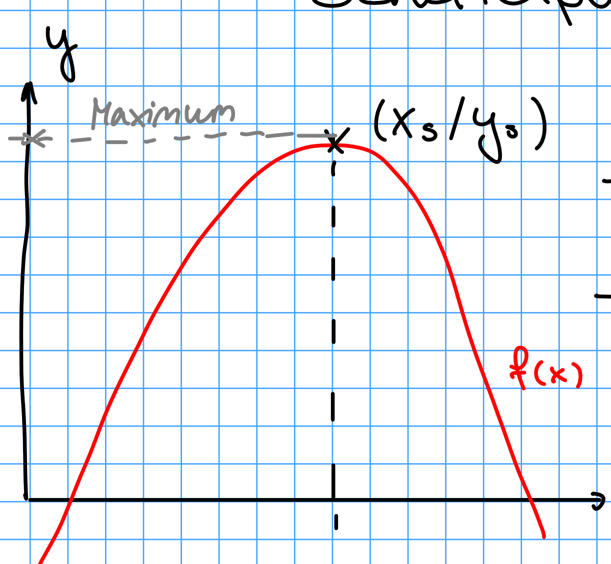
$S(1/-6)$

d) $\text{completeSquare}(-0.8 \cdot x^2 + 0.2 \cdot x + 4, x)$

$4.0125 - 0.8 \cdot (x - 0.125)^2$

$S(0.125/4.0125)$

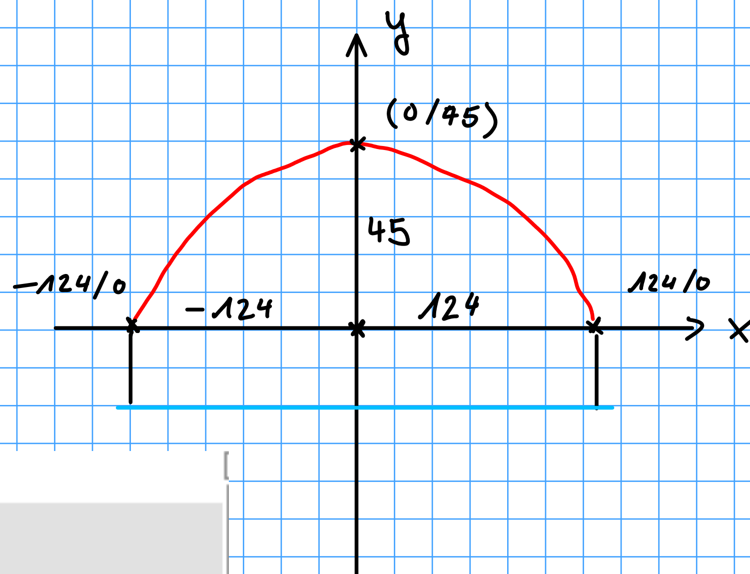
Scheitelpunkt: $x_s = \frac{-b}{2a}$



- f(x) hat ein Maximum bei x_s
- f(x) hat das Maximum y_s

Maximum → y-Wert

Aufgabe 5



15376

$$\text{solve}\left(\begin{cases} f(-124)=0 \\ f(124)=0 \\ f(0)=45 \end{cases}, \{a,b,c\}\right)$$

$$a=\frac{-45}{15376} \text{ and } b=0 \text{ and } c=45$$

$$a=\frac{-45}{15376} \text{ and } b=0 \text{ and } c=45$$

$a=-0.002927$ and $b=0.$ and $c=45.$

Begriffsrepetition

$\mathbb{D}$ Definitionsmenge von $f(x)$: Alle x-Werte, welchen ein y-Wert zugeordnet ist. Alle, welche man einsetzen darf.

$\mathbb{W}$ Wertemenge von $f(x)$: Alle möglichen y-Werte

$$\{ y \in \mathbb{R} \mid \exists x : f(x) = y \}$$

Aufgabe 6

a) $(-2)^3 = (-8)$ aber $(-2)^2 = 4$

bleibt ⊖ wird ⊕

$$(-3)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(-3)^3}$$

Alle Wurzeln sind nur für positive Zahlen definiert.

$(-3)^{\pi}$ durch <u>einschachteln</u> berechenbar

$$(-2)^{\frac{4}{2}} = (-2)^2$$

$\hookrightarrow \left(\sqrt[2]{-2}\right)^4 \rightarrow$ nicht definiert

$\hookrightarrow \sqrt[2]{(-2)^4} \rightarrow 2^2$

$$(-2)^{4 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{x}$$

$$x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$$

$$x^{-3} = \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$(-2)^{-\frac{1}{5}} = \cancel{\frac{1}{\sqrt[5]{-2}}}$$

$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

$\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$

b) Definitions und Wertebereich:

$p \in \{2, 4, 6, \ldots\}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

$p \in \{1, 3, 5, \ldots\}$: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{W} = \mathbb{R}$

$p \in \{\frac{n}{m} \mid n \in \mathbb{N} \wedge m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\} \setminus \mathbb{N}$:

$\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$; $\mathbb{W} = \mathbb{R}_0^+$

$p \in \{-\frac{n}{m} \mid n \in \mathbb{N} \wedge m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\} \setminus \mathbb{Z}$:

$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$; $\mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

$p \in \{\ldots, -9, -7, -5, -3, -1\}$:

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $\mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$p \in \{\ldots, -6, -4, -2\}$:

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \; \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

$p = 0:$

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \; \mathbb{W} = \{1\}$

$1 \neq \{1\} \neq \{\{1\}\}$

$\{\} \overset{!!}{=} 0 \qquad \{\{\}\} \overset{!!}{=} 1 \qquad \{\{\}, \{\{\}\}\} \overset{!!}{=} 3$

$0^0 \Rightarrow$ n. def.

12. September 2016

Aufgabe 7

$f(x) = a x^{-\frac{3}{2}} + b \qquad a, b \in \mathbb{R}; \; a \neq 0$

a) $\mathbb{D}_f = \{ x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \}$

$\mathbb{W}_f = \{ y \in \mathbb{R} \mid y > b \}$ für $a > 0$

$\{ y \in \mathbb{R} \mid y < b \}$ für $a < 0$

$f(-\pi) = a \cdot \left(\sqrt[2]{-\pi}\right)^{-3} + b \longrightarrow$ n. def.

b)

$f(x) := a \cdot x^{\frac{-3}{2}} + b$ Done

$\text{solve}\left(\begin{cases} f(1) = -1 \\ f(4) = -2.75 \end{cases}, \{a, b\}\right)$ $a = 2.$ and $b = -3.$

$f(x) = 2x^{-\frac{3}{2}} - 3$

Die Sigma-Notation für Summen

- Summen von Hand berechnen
- Summen mit dem Taschenrechner berechnen
- Summen mit Python berechnen

$$\sum_{k=1}^{4} \frac{1}{k} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\prod_{k=1}^{4} \frac{1}{k}$$

$$\sum_{k=1}^{4} \left(-\frac{1}{k}\right) = -\frac{1}{1} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{1} + \sum_{k=2}^{4} \left(-\frac{1}{k}\right) = \frac{1}{1} - \sum_{k=2}^{4} \frac{1}{k}$$

$$\frac{1}{1} - \left(\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)\right)$$

$$1 : 2 : 3 : 4 : 5 = \prod_{k=1}^{5} \frac{1}{k} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$\sum_{k=a}^{b} f(k) = f(a) + f(a+1) + \cdots + f(b-1) + f(b)$$

Aufgabe 9

Nach d): Alle Aufgaben mit Python lösen.

$$\sum_{k=1}^{50} (2 \cdot k) \qquad 2550$$

$$\sum_{k=5}^{24} \left((2 \cdot k+1)^2\right) \qquad 20660$$