Lösung 1.

a) $\frac{14!}{3!\,4!\,7!} = 120120$

b) $\binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{7}{2} = 378$

c) $\frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{1}{91} \approx 1.09\%$

Lösung 2.

a) 20!

b) $\binom{20+20-1}{20} = \binom{39}{20}$

c) $\binom{20}{6}$

d) $\frac{1}{\binom{20}{1}} = \frac{1}{20}$

Lösung 3.

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$

b) $5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 = 360$

c) Die Wahrscheinlichkeit für dein Lieblingsbrot ist $\frac{1}{6}$. Die Wahrscheinlichkeit für drei Mal Lieblingsbrot und vier mal ein anderes in dieser Reihenfolge ist $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4$. Es gibt aber $\binom{7}{3}\binom{4}{4}$ Möglichkeiten, diese Auswahl zu erhalten. Das entsprichen vierschiedenen Pfaden eine Baumes, darum müssen wir die Wahrscheinlichkeit so oft addieren oder einfach mit dieser Zahl multiplizieren:

$$\binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 \approx 11.47\%$$

Lösung 4.

a) $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$
$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2) \cdot 6 + 1 \cdot (-7) + 2 \cdot 6 = -12 - 7 + 12 = -7$

b)

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{\|\overrightarrow{CA}\| \cdot \overrightarrow{CB}} \approx 0.537$$

$$\alpha \approx 57.499^\circ$$

c) $P_1\left(\sqrt{13}/0/0\right)$, $P_2\left(-\sqrt{13}/0/0\right)$.