Lösung 1.
Wir benutzen die folgenden Ereignisse:

E_1: “Flasche ist sauber” E_2: “Flasche wird als sauber beurteilt.”

a) $P(E_1 \cap \overline{E_2}) = 0.98 \cdot 0.1 = 9.8\%$

b) Die Gegenwahrscheinlichkeit dieser bedingten Wahrscheinlichkeit ist schon in der Aufgabe gegeben. $P(\overline{E_2}|E_1) = 1 - 0.9 = 0.1 = 10\%$

c) Diese Teilaufgabe veranschaulicht man sich am besten mit einem Baum oder einer Vierfeldertafel.

$$P(E_1|E2) = \frac{(P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{0.98 \cdot 0.9}{0.98 \cdot 0.9 + 0.02 \cdot 0.05} \approx 0.9989 = 99.89\%$$

Lösung 2.

a)

$$E(X) = \frac{1}{2} \cdot (-2) + \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 3 = 0$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 9} \approx 2.12$$

b) Das Spiel ist fair da der Erwartungswert (also der durchschnittliche Gewinn) 0 beträgt.

c) Das Spiel ist nicht mehr fair denn

$$E(X) = \frac{1}{2} \cdot (-2) + \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{2}{6} \cdot 3 = \frac{1}{6}$$

Lösung 3.

a) Wir wissen, dass der Punkt die Koordinaten $P(x/y/0)$ haben muss. Wir können also die x-Komponente der Gleichung auf 0 setzten und erhalten so:

$$\begin{aligned} 0 &= 3 + s(-1) \\ 0 &= 3 - s \\ s &= 3 \end{aligned}$$

Damit können wir die weiteren Komponenten des Ortsvektors von P berechnen:

$$x = -9 + 3 \cdot 2 = -3$$
$$y = -4 + 3 \cdot 3 = 5$$

Also ist der Punkt $P(-3/2/0)$.

b) Wir setzten die beiden Gleichungen gleich und lösen auf s und t. So erhalten wir $t = 4$ und $s = 2$.

Durch einsetzten in g oder h führt dies zum Schnittpunkt $Q(-5/2/1)$.

Der Schnittwinkel ist der Winkel zwischen den beiden Richtungsvektoren. Es wurde nicht explizit der spitze Winkel verlangt, also gibt es zwei korrekte Lösungen.

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}\right\| \cdot \left\|\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}\right\|}\right) \approx 118.56^\circ$$

$$\alpha' = 180^\circ - 118.56^\circ = 61.44^\circ$$

Lösung 4.

a) Als Stützvektor kann sowohl der Ortsvektor der Maus oder des Adlers gewählt werden. Der Vektor zwischen ihnen ist der Richtungsvektor. Eine mögliche Lösung ist:

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\4\\23\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-4\\5\\20\end{pmatrix}$$

b) Der Adler muss den Vektor

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix}4\\-5\\-20\end{pmatrix}$$

zurücklegen, also die Distanz $\|\overrightarrow{PQ}\| = 21\,\mathrm{m}$ zurücklegen. Das heisst

$$\Delta t = \frac{21}{15}\,\mathrm{s} = \frac{7}{5}\,\mathrm{s} \approx 1.4\,\text{Sekunden}$$