Kugel:

Mittelpunktgleichung: $(x-u)^2+(y-v)^2+(z-w)^2=r^2$

Mittelpunkt: $M(u/v/w)$

allg. Kugelgleichung: $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz=d$

Mittelpunkt: $M\left(-\frac{a}{2}/-\frac{b}{2}/-\frac{c}{2}\right)$

Radius: $r=\sqrt{d+u^2+v^2+w^2}$

Analysis

3. **Analysis**

Für $t>0$ ist durch $f_t(x)=(t+2-t\cdot x)\cdot e^x$ eine Funktion gegeben.

a) Setze $t=3$ und bestimme die exakten Koordinaten aller speziellen Kurvenpunkte (Nullstelle, Extremalpunkte inkl. die Angabe, ob es ein Maximum oder ein Minimum ist, Wendepunkte).

Nullstellen: $f(x)=(5-3x)\cdot e^x=0$

$e^x=0 \Rightarrow$ keine Lösung

$5-3x=0 \Rightarrow x=\frac{5}{3}$

Extrema:

Produktregel

$$f'(x)=\left((5-3x)\cdot e^x\right)'=(5-3x)'\cdot e^x+(5-3x)\cdot(e^x)'$$

$$=-3e^x+(5-3x)\cdot e^x=(-3+5-3x)e^x=(2-3x)e^x=0$$

e^x ausklammern

$e^x=0 \Rightarrow$ keine Lösung

$2-3x=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$ (Max, Min oder Sattelpunkt)

$$f''(x) = -3e^x + (2-3x)\cdot e^x = (-3+2-3x)\cdot e^x = (-1-3x)e^x$$

$$f''\left(\tfrac{2}{3}\right) = \left(-1-3\cdot\tfrac{2}{3}\right)e^{\frac{2}{3}} = -3e^{\frac{2}{3}} < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

<u>Wendepunkte:</u>

$$f''(x) = (-1-3x)\cdot e^x = 0$$

$$-1-3x = 0 \Rightarrow -1 = 3x \Rightarrow x = -\tfrac{1}{3}$$

Prüfen in $f'''(x) = -3e^x + (-1-3x)\cdot e^x = (-4-3x)\cdot e^x$

$$f'''\left(-\tfrac{1}{3}\right) = \left(-4-3\cdot\left(-\tfrac{1}{3}\right)\right)\cdot e^{-\frac{1}{3}} \neq 0 \Rightarrow \text{Wendepunkt}$$

b) Stammfunktion (TR)

$$F(x) = \int f(x)\,dx = (-tx+2\cdot t+2)\cdot e^x + C$$

Hauptsatz

$$\int_0^3 f(x)\,dx = F(3) - F(0) = (-3t+2t+2)\cdot e^3 - (2t+2)e^0$$

$$= -t\cdot e^3 + 2e^3 - 2t - 2 = -6 \quad \Big|\, -2e^3+2$$

$$-t\cdot e^3 - 2t = -6 - 2e^3 + 2 \quad \Big|$$

$$t(-e^3-2) = 2(-e^3-2) \quad \Big|\, :(-e^3-2)$$

$$t = 2$$

c) $g(x) = \dots x \dots$ (Wendepunkt)

$$W(\dots t \dots / \dots t \dots)$$

$x = \dots t \dots$ → Auf t lösen

$y = \dots t \dots$ ← Einsetzen

Ziel: $y = \dots x \dots$

$\text{solve}\left(\underbrace{(-x\cdot t - t + 2)\cdot e^{x}}_{\text{2. Ableitung}} = 0, x\right) \qquad x = \frac{-(t-2)}{t}$ ← x-Wert vom Wendep.

$f\left(\frac{-(t-2)}{t}\right) \qquad$ y-Wert: $y = 2\cdot t\cdot e^{\frac{2}{t}-1}$

$\text{solve}\left(x = \frac{-(t-2)}{t}, t\right) \qquad t = \frac{2}{x+1}$

$2\cdot t\cdot e^{\frac{2}{t}-1} \,|\, t = \frac{2}{x+1} \qquad \boxed{\frac{4\cdot e^{x}}{x+1}}$

$t\cdot x = -t + 2 \quad |+t$

$t\cdot x + t = 2$

$t(x+1) = 2 \quad |:(x+1)$

$t = \frac{2}{x+1}$ Einsetzen

$y = 2\cdot\frac{2}{x+1}\cdot e^{\frac{2}{\frac{2}{x+1}}-1}$

$= \frac{4}{x+1}\cdot e^{\cancel{2}\cdot\frac{x+1}{\cancel{2}}-1}$

$= \boxed{\frac{4\cdot e^{x}}{x+1}}$

$W(x) = \frac{4\cdot e^{x}}{x+1}$

Analysis 2. Blatt

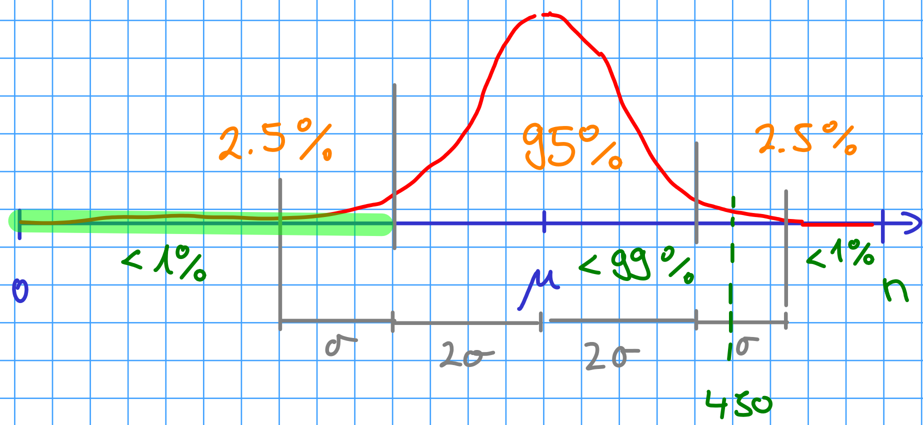
b) $\displaystyle\int_0^b \left(\frac{4x}{(x^2+1)^2} - \frac{4x}{(x^2+2)^2}\right)dx \Rightarrow$

$\displaystyle\int_0^b \left(\frac{4\cdot x}{(x^2+1)^2} - \frac{4\cdot x}{(x^2+2)^2}\right)dx \qquad \frac{2}{b^2+2} - \frac{2}{b^2+1} + 1$

$\text{solve}\left(\frac{2}{b^2+2} - \frac{2}{b^2+1} + 1 = \frac{9}{10}, b\right)$

$\cancel{b=-\sqrt{3}}$ or $\underline{\underline{b=\sqrt{3}}}$ → Kein Intervall, es muss $b > 0$ gelten

Stochastik



$$\sum_{i=450}^{n} \binom{n}{i} 0.6^{i} \, 0.4^{n-i} > 0.99$$

binomcdf(n, 0.6, 450, n) = 0.99

binomcdf(n, 0.6, 449) < 0.01

$\mu = 0.6 \cdot n$

$\sigma = \sqrt{0.4 \cdot 0.6 \cdot n}$

$\mu - 2\sigma = 450$

$0.6n + 2\sqrt{0.4 \cdot 0.6\, n} = 450$

Genauer: 2.33σ

$\text{solve}(n \cdot 0.6 - 2 \cdot \sqrt{0.4 \cdot 0.6 \cdot n} = 450, n)$	$n = 796.075$
binomCdf(804,0.6,450,804)	0.990829
binomCdf(803,0.6,450,803)	0.989756

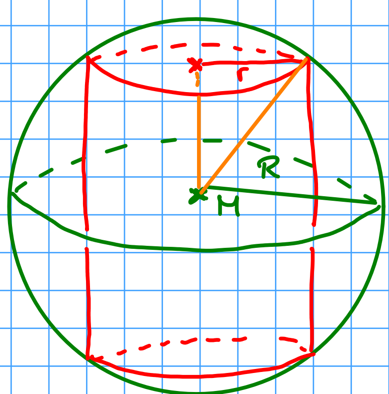
- Plan bis zum LSD (8 Lektionen nach dem Test)
  -> 7 Lektionen Mündlich üben
  -> Eine Lektion letzte Fragen und Feedback
  -> Restliche Beweise

- Heute:
  -> Erste Lektion: Aufgaben lösen (z.B. Anwendungen)
  -> Zweite Lektion: Fragen zur Prüfung

-> Blatt: Aufgabe 5 und 6
Aufgabe 3 und 4 https://cloud.ksz.ch

Matura 2016 / kell: Aufgabe 4 c) Anspruchsvolle Extremalwert-aufgabe.

Aufgabe 3 (Blatt)



$R = 10\,cm$

Zielfunktion: $V = r^2 \pi h$

Nebenbedingungen: $R^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2$

$R^2 = r^2 + \frac{h^2}{4}$

$\Rightarrow h^2 = 4(R^2 - r^2)$

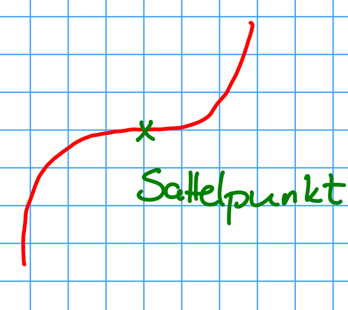
Aufgabe 5

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ nicht die Eulessche Zahl in dem Fall.

① $f(0) = 0$ und $f(2) = 0$

② $f'(0) = 0$ und $f''(0) = 0$

③ $\left| \int_0^2 f(x)\, dx \right| = \frac{8}{5}$



$$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \cdot 0 + d \cdot 0 + e = 0 \Rightarrow e = 0$$

$$f'(0) = 4a \cdot 0^3 + 3b \cdot 0^2 + 2c \cdot 0 + d + 0 = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$f''(0) = 0 + c + 0 = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$f(x) = ax^4 + bx^3 \qquad f(2) = a \cdot 16 + b \cdot 8 = 0$$

$$16a = -8b$$

$$f(x) = ax^4 + 2ax^3 \qquad -b = 2a$$

$$\int_0^2 (ax^4 - 2ax^3)\,dx = \left[\frac{a}{5}x^5 - \frac{a}{2}x^4\right]_0^2 \qquad F(b) - F(a)$$

$$= \frac{a}{5} \cdot 32 - \frac{a}{2} \cdot 16 - 0 = \frac{8}{5} \qquad | \cdot 5$$

$$32a - 40a = 8$$

$$-8a = 8$$

$$a = -1 \qquad f(x) = -x^4 + 2x^3$$

$$f(x) := a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e \qquad \text{Done}$$

$$df(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \qquad \text{Done}$$

$$d2f(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \qquad \text{Done}$$

$$\text{solve}\left(\begin{cases} f(0)=0 \\ f(2)=0 \\ df(0)=0 \\ d2f(0)=0 \\ \int_0^2 f(x)\,dx = \frac{8}{5} \end{cases}, \{a,b,c,d,e\}\right)$$

$a=-1$ and $b=2$ and $c=0$ and $d=0$ and $e=0$

$f(x) = 2 \qquad f'(x) = 0 \qquad f''(x) = 0 \qquad f'''(x) = 0$

$\Rightarrow$ kein Sattelpunkt

Wendepunkt: $\quad f''(x) = 0 \qquad f'''(x) \neq 0$

Sattelpunkt: $\quad f'(x) = 0 \qquad f''(x) = 0 \qquad f'''(x) \neq 0$