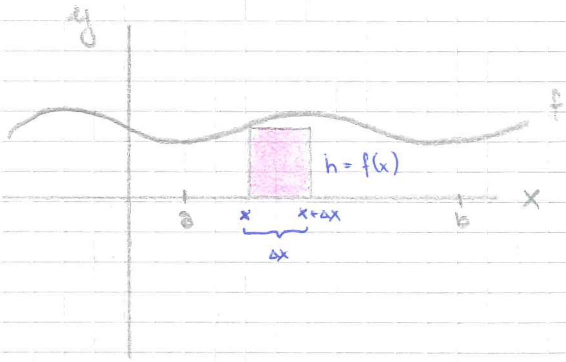
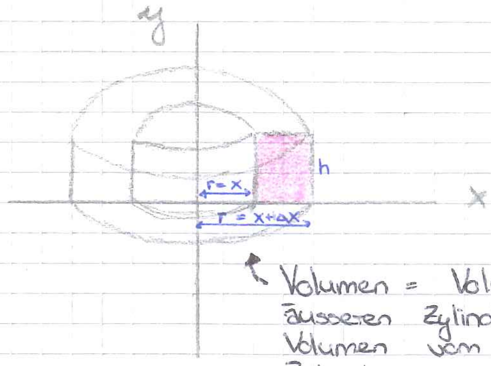
Rotation um die y-Achse





Volumen = Volumen vom äusseren Zylinder minus Volumen vom Inneren Zylinder

$V = V_{Aussen} - V_{Innen}$

$= G_{Aussen} \cdot h - G_{Innen} \cdot h$ → V_A und V_i mit Volumenformel für Zylinder ersetzen: $V = G \cdot h$

$= \pi r^2_{Aussen} \cdot h - \pi r^2_{Innen} \cdot h$ → G durch Kreisflächenformel ersetzen $G = r^2$.

$= \pi (x + \Delta x)^2 \cdot f(x) - \pi x^2 \cdot f(x)$ → r^2 und h ersetzen (Skizze)

(Ziel: Riemann-Summe $\sum_{i=}^{n} \ldots \cdot \Delta x$)

$= \pi \cdot f(x) \cdot ((x + \Delta x)^2 - x^2)$ → π und $f(x)$ ausklammern

$= \pi \cdot f(x) \cdot (\cancel{x^2} + 2x\Delta x + \Delta x^2 - \cancel{x^2})$ → $(\,)^2$ ausmultiplizieren

$= \pi \cdot f(x) \cdot (2x\Delta x + \Delta x^2)$ → x^2 fällt weg

$= \pi \cdot f(x) \cdot (2x + \Delta x) \cdot \Delta x$ → Δx ausklammern

$\Rightarrow V_{Gesamt} = \lim\limits_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=0}^{n} V$ → vom einzelnen Volumen zum Gesamtvolumen mit Hilfe der Riemann-Summe

$= \lim\limits_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=0}^{n} \pi f(x_i) \cdot (2x_i + \Delta x) \cdot \Delta x$ → Δx wird unendlich klein ⇒ Anzahl Rohre wird unendlich gross & die Einzelvolumen unendlich klein

$= \lim\limits_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \pi \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \cdot (2x_i + \Delta x) \cdot \Delta x$ → π wird ausgeklammert, da es konstant ist; Δx in der Klammer verschwindet, da es unendlich klein wird

$= \pi \int_a^b f(x) \cdot 2x \; dx$ → aus der Riemann-Summe wird ein bestimmtes Integral mit den Grenzen a und b

$= 2\pi \int_a^b f(x) \cdot x \; dx$ → 2 wird ausgeklammert, weil sie konstant ist

$$V = 2\pi \int_a^b f(x) \cdot x \; dx$$