Binomialverteilung ($P(X=k)$ $P(X \leq k)$) - Beweis

Erwartungswert $\quad E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

$$E(X) = \sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = np \sum_{k=0}^{n} k \frac{(n-1)!}{(n-k)!\,k!} p^{k-1} (1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

$$= np \sum_{k=1}^{n} \frac{(n-1)!}{(n-k)!\,(k-1)!} p^{k-1} (1-p)^{(n-1)-(k-1)} = np \sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

$$= np \sum_{l=0}^{n-1} \binom{n-1}{l} p^{l} (1-p)^{(n-1)-l} = np \sum_{l=0}^{m} \binom{m}{l} p^{l} (1-p)^{m-l} = np$$